

Dr. Michael J. Winckler
IWR, Raum 502
INF 368
69120 Heidelberg
Michael.Winckler@iwr.uni-heidelberg.de
<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/~Mathe-Star/>



Mathe–Star Runde 1 2004/2005

*Dies sind die Aufgaben zur ersten Runde des **Mathe–Star** Wettbewerbs 2004/2005. Teilnehmen können alle Schüler, die an einem Gymnasium im Rhein-Neckar-Raum zur Schule gehen. Nähere Informationen zum Mathe–Star gibt’s im Internet (s.o.).*

Klasse 5-7

Professor Knobel hat zwei kleine Sanduhren, die 3 min. bzw. 7 min. lang laufen. Der neue Zeittakt seiner Telefongesellschaft beträgt aber 8 Minuten d.h. nach 8, 16, 24, ... Minuten wird die nächste Gebühreneinheit fällig.

Kannst du Professor Knobel weiterhelfen und dir eine Methode ausdenken, wie er mit den beiden Uhren 8, 16, 24, ... Minuten abmessen kann? Die beiden Uhren haben keine Unterteilungen, um einzelne Minuten abzumessen, aber Professor Knobel kann sie während des Telefonierens problemlos umdrehen und z.B. auch beide gleichzeitig laufen lassen.

Hinweis: Die Zeit für das Umdrehen der Sanduhren kann unberücksichtigt bleiben.

Klasse 8-10

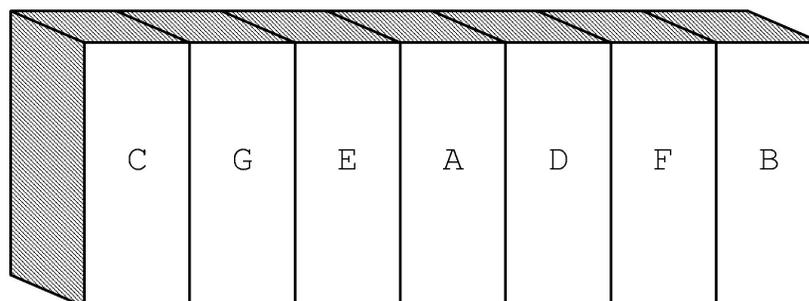
Professor Knobel liest in diesem Semester die Vorlesung *Tiefgreifende Erkenntnisse der Mathematik* und hat dazu sieben Bücher aus der Bibliothek ausgeliehen:

Archimedes und Algebra (A), *Binäre Bäume* (B), *Culture in Chaos and Cubes* (C), *Der Duale Darstellungsraum* (D), *Erwartungswerte Elementarer Ereignisse* (E), *Fermat’s Final Findings* (F), und *Gödels Gravitationssatz* (G).

Unter der Woche nimmt er öfter eines dieser Bücher zur Hand, um seine Vorlesung vorzubereiten und stellt es dann achtlos ins Regal zurück. Freitags stehen die sieben Bücher dann meist ungeordnet im Regal.

Um die Bücher wieder zu ordnen, hat sich Professor Knobel eine besondere Methode ausgedacht: Er nimmt drei *nebeneinanderstehende* Bücher gemeinsam und stellt sie in unveränderter Reihenfolge an eine andere Stelle wieder ins Regal zurück. Diesen Vorgang wiederholt er solange, bis die Bücher in alphabetischer Reihenfolge geordnet sind: ABCDEFG.

Unten siehst du, wie die Bücher diesen Freitag angeordnet sind. Kannst du herausfinden, wie Professor Knobel mit nur drei seiner „Tauschoperationen“ die Bücher wieder ordnen kann?



Klasse 11-13

Professor Knobel verbringt seinem Urlaub im Scheichtum Numeristan. Der Scheich von Numeristan, ein alter Bekannter von Professor Knobel, ist mit der Verteilung des Geldes in Numeristan unzufrieden. Gemeinsam mit Professor Knobel entwirft er einen Umverteilungsplan:

Bei diesem Plan teilen die beiden die 50.000 Bürger des kleinen Reiches nach ihrem Besitz in 5 Klassen ein. Zu Klasse 1 gehören die 10.000 ärmsten Bewohner, die 10.000 etwas reicheren Bürger bilden Klasse 2 und so fort bis zu den 10.000 Reichsten, die in Klasse 5 zusammengefasst werden. In einem Gesetz soll nun festgelegt werden, dass zunächst die Bürger der Klassen 1 und 2 ihr Geld zusammenbringen und so aufteilen, dass alle danach gleich viel Geld besitzen. Danach kommen die Bürger aus Klasse 2 und 3 zusammen und machen das gleiche. Das geht immer so weiter, bis am Schluss die Bürger der Klassen 4 und 5 ihren Geldbesitz gemeinsam neu aufteilen.

Der weise Grosswesir von Numeristan ist mit dem Plan einverstanden, schlägt aber vor, die ganze Umverteilungsaktion bei den beiden reichsten Klassen zu beginnen und gewissermassen „rückwärts“ vorzugehen: zuerst die Klassen 4 und 5, danach 3 und 4, gefolgt von 2 und 3 und schliesslich 1 und 2.

Welche der beiden Methoden ist für die ärmsten Bürger vorteilhafter? Und welche Methode würden die Bürger der reichsten Klasse bevorzugen?

Offene Aufgabe

100 reelle Zahlen sind derart im Kreis angeordnet, dass die Summe von je zwei benachbarten Zahlen gleich dem Doppelten irgendeiner anderen Zahl im Kreis ist.

Zeige: Dann sind alle 100 Zahlen gleich.

Bitte auf allen Lösungsblättern deutlich den Namen, die Schule und die Klasse vermerken.

Neuerung: In diesem Jahr ist es für Teilnehmer aus der Unterstufe (Klasse 5-7) auch möglich, in Teams am Wettbewerb teilzunehmen!

- Schliesst euch zu einem Team von max. 3 Personen zusammen
- Wählt euch einen Teamnamen
- Bearbeitet gemeinsam die Aufgaben und gebt sie unter dem Teamnamen ab.
- Bitte vermerkt Name, Klasse und Schule jedes Teammitglieds auf euren Einsendungen.
- Für diesen Teamwettbewerb wird es eine gesonderte Auswertung geben.
- Auch in der Endrunde wird es eine spezielle Teamendrunde geben

Abgabeschluss: 20.12.2004

Bist du ein Mathe-Star?