Dr. Michael J. Winckler
Mathe–Star–Initiative
IWR, Raum 502, INF 368, 69120 Heidelberg
Michael.Winckler@iwr.uni-heidelberg.de
http://www.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/Mathe-Star/

Mathe–Star 2006/2007, Runde 1

*Dies sind die Aufgaben zur ersten Runde des **Mathe–Star** Wettbewerbs 2006/2007. Teilnehmen können alle Schüler, die an einem Gymnasium im Rhein-Neckar-Raum zur Schule gehen. Nähere Informationen zum Mathe–Star gibt's im Internet (s.o.).*

Klasse 5-7

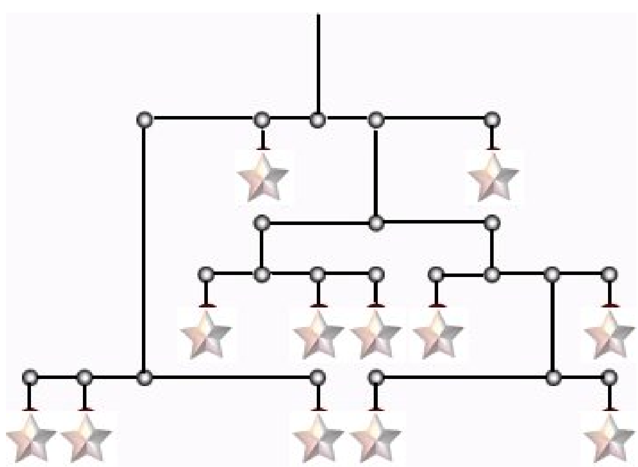
Professor Knobel kommt auf seinen Reisen viel in der Welt rum. Im letzten Jahr hat er in ganz Europa Kollegen besucht. Dabei hat er sich in vielen Städten sein Lieblingsgetränk (Apfelsaftschorle) gekauft. Die Preise für ein großes Glas (0.5 Liter) waren dabei recht unterschiedlich.

Zwischen dem billigsten und dem teuersten Preis lagen ganze 2 Euro. Zudem hat Professor Knobel sich folgende Notizen gemacht:

1. In Paris war kostete die Schorle 50 Cents weniger, als in Dublin und 1.50 weniger als in London.
2. In Rom kostete sie 50 Cents mehr als in Helsinki, aber 1.50 weniger als in München.
3. In Amsterdam bezahlte Knobel 50 Cents mehr als in Berlin und 1.50 mehr als in Dublin.
4. In Wien ist sie 1.50 teurer als in Rom.
5. In drei Städten kostet sie 4.50, und ist sonst in je zwei Städten gleich teuer.

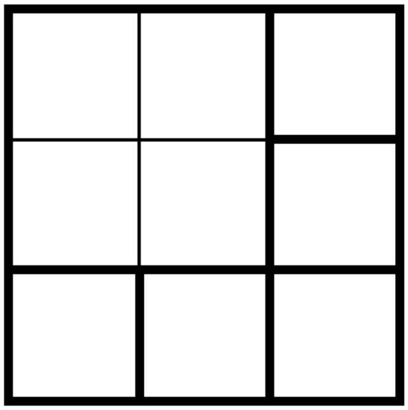
Was kostet die Schorle in welcher Stadt?

Klasse 8-10



Frau Knobel hat zu Weihnachten wieder das grosse Mobile aus dem Keller geholt. An dieses Mobile sind Sterne mit Gewichten von 10, 20, 30, . . . 120g anzuhängen, wie die Skizze das zeigt, wobei alle Stangen im Gleichgewicht sind. Die Stangen selbst sind praktisch gewichtslos. Zu beachten sind allerdings die Längen der Stangen, die den Gewichten verschiedene Hebel geben. Die Hebellängen kann man anhand der rasterartigen Anordnung gut ablesen. So stehen die Hebelarme der Stange rechts unten beispielsweise im Verhältnis 3:1. Welches Gewicht hängt wo?

Klasse 11-13



Wir zerlegen Quadrate aus $n \times n$ Kästchen in kleinere Teilquadrate (mit ganzzahliger Seitenlänge). Eine solche Aufteilung eines Quadrats nennen wir ,,gültig".

Für $n \geq 2$ bezeichnen wir mit $Q(n)$ die kleinstmögliche Anzahl von Quadraten in einer gültigen Aufteilung des $n \times n$–Quadrates. Zum Beispiel ist $Q(2) = 4$ und $Q(3) = 6$, wie das Bild auch zeigt.

1. Wie gross ist $Q(2k)$ für $k \in N$? Beweis?
2. Bestimme $Q(7)$ und beweise deine Angabe.

Hinweis: Es ist zu einer angegebenen Lösung natürlich zu zeigen, daß es keine gültige Zerlegung mit weniger Quadraten geben kann!

Offene Aufgabe

Auf dem Tisch liegen 100 Murmelhaufen mit 1,2,3,4,...,99,100 Murmeln. In einem Zug darf man sich einige Haufen auswählen, und dann von jedem der ausgewählten Haufen dieselbe Anzahl Murmeln wegnehmen.

Bestimme die kleinstmögliche Anzahl von Zügen, mit denen man den Tisch leer machen kann (mit Beweis!).

Bearbeitungsinformationen

- Löse die Aufgabe deiner Klassenstufe.
- Schreibe deine Lösung auf und **gib auch den Lösungsweg an!**
- Gib die Lösung deinem Mathematiklehrer oder schicke sie an *Michael Winckler, Stichwort: Mathe-Star, IWR, Im Neuenheimer Feld 368, 69120 Heidelberg.*
- Bitte gib auf deiner Einsendung deinen Namen, deine Klasse und dein Schule an.
- SchülerInnen der Klasse 5-7 können auch in einem 2er- oder 3er-Team am Wettbewerb teilnehmen. Wählt euch dazu einen Teamnamen und gebt eine gemeinsame Lösung ab.
- Die *Offene Aufgabe* richtet sich an alle Interessenten, hat aber keinen Einfluss auf den Wettbewerb. **In diesem Jahr wird erstmals ein Preis an denjenigen Teilnehmer (SchülerIn, LehrerIn, Elternteil) vergeben, der bei einer einzelnen offenen Aufgabe die meisten Punkte erzielt hat!**

Abgabeschluss: 21.12.2006 **Bist du ein Mathe–Star?**