Dr. Michael J. Winckler
Mathe–Star–Initiative
IWR, Raum 506, INF 368, 69120 Heidelberg
Michael.Winckler@iwr.uni-heidelberg.de
http://www.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/Mathe-Star/

Mathe–Star 2010/2011, Runde 1

*Dies sind die Aufgaben zur ersten Runde des **Mathe–Star** Wettbewerbs 2010/2011. Teilnehmen können alle Schüler, die an einem Gymnasium im Rhein-Neckar-Raum zur Schule gehen. Nähere Informationen zum Mathe–Star gibt's im Internet (s.o.).*

Klasse 5-7

Aufgabe: Weihnachtswürfel

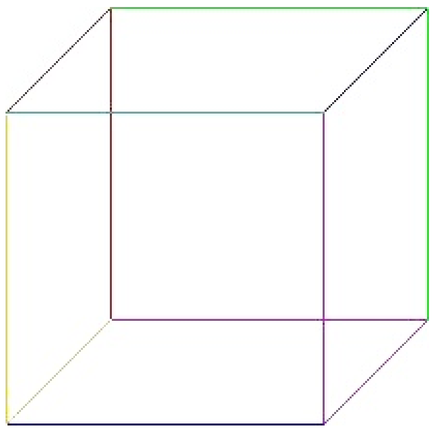

Figure 1: Ein ganz buntes Würfelgitter

Kevin Knobel bastelt Weihnachtswürfel: Bunt bemalte Holzleisten verklebt er zu farbenfrohen Würfeln, mit denen er alle Räume des Hauses dekoriert. Am Ende sind nur noch rote, grüne und blaue Leisten übrig. Trotzdem will Kevin wirklich bunte Würfelgitter bauen: An jeder Ecke sollen Leisten der drei verschiedenen Farben zusammenkommen. Aber beim Kleben klappt das nie so ganz.

Kannst du Kevin helfen und einen Bauplan zeichnen, der zeigt, wie man die Kanten eines Würfels so mit drei Farben färben kann, dass an jeder Ecke drei verschiedene Farben zusammentreffen? Oder geht das etwa gar nicht? Begründe deine Antwort sorgfältig.

Klasse 8-10

Aufgabe: Teilbarkeiten

Teilbarkeit ist eine wichtige Eigenschaft bei natürlichen Zahlen. Manchmal findet man Zahlen, die eine große Anzahl verschiedener Teiler haben. Beispielsweise hat 60 unter den Zahlen zwischen 1 und 100 die meisten Teiler.

Aufgabe: Finde die kleinste und die größte **siebenstellige** Zahl, die durch 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12 und 15 teilbar ist. Begründe deine Antwort.

Klasse 11-13

Aufgabe: Zahlverhältnisse im Dreieck

In einem beliebigen Dreieck mit Seitenlängen a, b, c definieren wir zwei weitere Größen: $R = a^2 + b^2 + c^2$ und $S = (a + b + c)^2$. Aufgaben:

1. Zeige, dass stets gilt: $1/3 \leq R/S$
2. Zeige, dass stets gilt: $R/S < 1/2$

Offene Aufgabe

Diese Aufgabe geht auf Prof. Dr. D.Laugwitz zurück und wurde 1985 in einer Mathematik-Schülerzeitschrift des Duden-Verlags (Mathe-Plus) gestellt:

Mit dem Rechner stellt man fest, dass der Abstand d_n von $(1 + \sqrt{2})^n$ zur nächsten ganzen Zahl schnell sehr klein wird. Die gleiche Beobachtung kann man für $(2 + \sqrt{2})^n$ und $(2 + \sqrt{3})^n$ machen.

1. Zeige, dass gilt: $lim_{n\to\infty} d_n = 0$
2. Finde hinreichende Bedingungen an a und b, damit sich $(a + \sqrt{b})^n$ ebenso verhält.

Bearbeitungsinformationen

- Schreibe deine Lösung auf und **gib auch den Lösungsweg an!**
- Bitte gib auf deiner Einsendung deinen Namen, deine Klasse und dein Schule an.
- **Gib die Lösung deinem Mathematiklehrer.** Er leitet Sie an Mathe-Star weiter!
- SchülerInnen der Klasse 5-7 können auch in einem 2er- oder 3er-Team am Wettbewerb teilnehmen. Wählt euch dazu einen Teamnamen und gebt eine gemeinsame Lösung ab.
- Die Preisträger werden nach Abschluss des Wettbewerbs in einer zentralen Siegerehrung bekanntgegeben.
- Auch unter allen richtigen Einsendungen zur offenen Aufgabe wird ein Preis verlost!

Abgabeschluss: 10.12.2010 **Bist du ein Mathe–Star?**