



Mathe–Star Runde 2, 2003/2004

Dies sind die Aufgaben zur zweiten Runde des **Mathe–Star** Wettbewerbs 2003/2004. Teilnehmen können alle Schüler, die ein Gymnasium in Raum Heidelberg besuchen. Nähere Informationen zum Mathe–Star gibt's im Internet (s.o.).

Klasse 5-7

Professor Knobel wurde zum Vorsitzenden des Arbeitskreises zur Erarbeitung einer neuen Landesverfassung ernannt. Neun Parteien nehmen unter seiner Führung mit jeweils neun Abgeordneten an diesem Arbeitskreis teil.

Am ersten Arbeitstag trafen sich morgens alle Parteien separat in neun Arbeitsräumen. Jede Partei bestimmte einen Parteiprecher und es ergab sich, dass dies in jeder Partei jeweils die älteste Person war. Die neun Parteiprecher bestimmten nun den jüngsten von ihnen zum Wortführer.

Nachmittags wurden neun Ausschüsse gebildet, jeweils unter dem Vorsitz eines Parteiprechers, und jede andere Partei schickte in jeden Ausschuss einen ihrer Abgeordneten. Die Ausschüsse wählten Ausschussleiter und dies wurde in jedem Ausschuss der jüngste anwesende Politiker. Die neun Ausschussleiter trafen sich daraufhin noch vor dem Abendessen, um ihren ältesten zum Ausschussobmann zu küren.

Nach diesem langen Arbeitstag traf sich Professor Knobel mit dem Wortführer und dem Ausschussobmann. Kannst du sagen, welcher von den beiden der ältere ist? Oder ist das nicht entscheidbar?

Klasse 8-10

Die Schüler verschiedener Schulen richten auf der Insel Juwelia ihre Sommercamps ein. Die Camps liegen dabei über die Insel verteilt und haben jeweils nur einen Straßenzugang: Vom zentralen Versammlungsplatz, kurz *der Stein* genannt, führt eine Stichstraße zum jeweiligen Camp.

Die Camps sind nach folgenden Regeln angelegt:

1. Eine *Tour* von Camp zu Camp besteht aus dem Weg vom einen Camp zum Stein (S) und dann zum anderen Camp. Bei drei Camps A, B und C gibt es also 6 Touren: ASA, ASB, ASC, BSB, BSC und CSC. Die Touren von einem Camp zum Stein und wieder zurück werden ausdrücklich mit berücksichtigt.
2. Jede Tour ist eine ganze Zahl von Kilometern lang.
3. Keine der Touren ist genau so lang wie eine andere Tour.
4. Kein Camp ist mehr als 35 Kilometer vom Stein entfernt.
5. Unter Einhaltung dieser Regeln sind alle Lager so nah am Stein wie möglich, aber keines ist direkt am Stein.

Wieviele Camps gibt es höchstens auf der Insel und welche Abstände zum Stein haben sie dann?

Klasse 11-13

Professor Knobel wirft mit Darts auf eine Dartscheibe. Es ist eine seiner Lieblingsscheiben - nicht rund, sondern quadratisch. Da er nicht besonders gut zielen kann, trifft ein Pfeil die Scheibe an einer *zufälligen* Stelle: Jeder Punkt auf der Scheibe kommt gleichwahrscheinlich als Treffer in Frage.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Pfeil von Professor Knobel, der auf der Scheibe landet, so trifft, dass er der Mitte der Scheibe näher ist, als *jeder* der vier Seiten? Gib deine Lösung in der Form $(a * \sqrt{b} + c)/d$ mit ganzen Zahlen a, b, c, d an.

Offene Aufgabe

Die unendlich große Ebene des Wissens ist mit quadratischen Kacheln gleicher Größe ebenmäßig gekachelt. Der ehrenwehrt Mathematiker al-Kashi hat auf jede der Kacheln eine positive (reelle) Zahl geschrieben, und zwar derart, dass auf einer Kachel immer das arithmetische Mittel der vier Zahlen steht, die auf den vier Nachbarkacheln geschrieben sind.

Am Ursprung der Welt steht auf der Kachel die Zahl 1 geschrieben. Welche Zahl steht auf der Kachel im Zentrum des Marktplatzes von Medina, die vom Ursprung der Welt 11.024 Kacheln nach Westen und 31.769 Kacheln nach Norden liegt?

Anmerkung: *Ein rigoroser Beweis zur Antwort auf diese Aufgabe ist wohl sehr schwer. Ein elementarer Beweis ist mir nicht bekannt.*

Bitte auf allen Lösungsblättern deutlich den Namen, die Schule und die Klasse vermerken.

Abgabeschluss: 07.05.2004

Bist du ein Mathe-Star?