Dr. Michael J. Winckler
Mathe–Star–Initiative
IWR, Raum 506, INF 368, 69120 Heidelberg
Michael.Winckler@iwr.uni-heidelberg.de
http://www.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/Mathe-Star/

Mathe–Star 2011/2012, Runde 2

*Dies sind die Aufgaben zur zweiten Runde des **Mathe–Star** Wettbewerbs 2011/2012. Teilnehmen können alle Schüler, die an einem Gymnasium im Rhein-Neckar-Raum zur Schule gehen. Nähere Informationen zum Mathe–Star gibt's im Internet (s.o.).*

Klasse 5-7

Aufgabe: Familienwappen

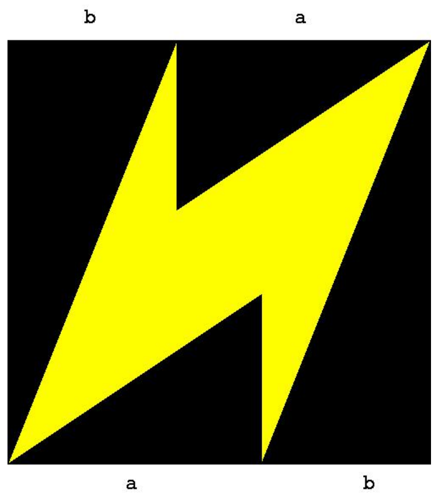

Figure 1: Das Familienwappen der Knobels

Das 20cm x 20cm große Familienwappen der Knobels besteht aus einem gelben Blitz auf schwarzem Grund. Dabei haben die vier schwarzen rechtwinkligen Dreiecke eine jeweils gleich lange kürzeste Seite.

Wenn die helle und dunkle Fläche genau gleich groß sind, wie groß sind dann a und b?

Gib die Lösung auf mindestens eine Stelle nach dem Komma an und beschreibe auch, wie du das Ergebnis gefunden hast.

Klasse 8-10

Aufgabe: Eine runde Sache

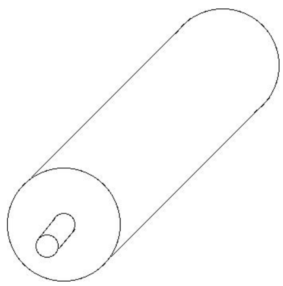

Figure 2: Die Fahnenrolle

Sina ist bei den Schulfeiern immer für das Aufhängen und Einrollen des Schulbanners verantwortlich. Dabei handelt es sich um eine 10m lange und 2m breite Stofffahne, die zum Transport und zur Aufbewahrung auf ein 2.40m langes Rundholz aufgerollt ist. So ragt nach dem Aufrollen auf jeder Seite ein 20cm langes Stück des Rundholzes als Tragegriff hervor.

Wenn das Rundholz genau 5cm Durchmesser hat und Sina den Fahnenstoff (Dicke: 2mm) möglichst eng und ohne Zwischenräume aufrollt, welchen Durchmesser hat danach die Fahnenrolle?

Gib nicht nur den ungefähren Durchmesser an, sondern beschreibe auch, welche Idee du verwendet hast, um das Ergebnis zu berechnen.

Klasse 11-13

Aufgabe: So richtig prim!

Kurz und knapp – beweise:
Sind p und $p^{p^p} + p^p + p + 1$ beides Primzahlen, so ist auch $p^{p^p} - p^p + p - 1$ eine Primzahl.

Offene Aufgabe

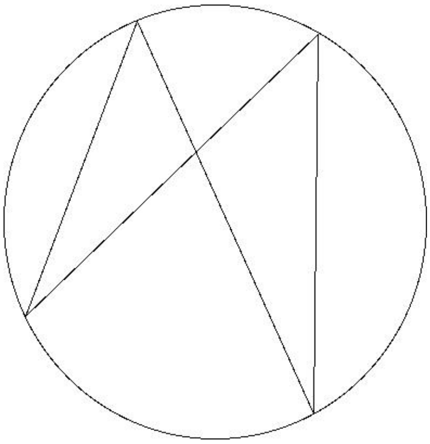

Figure 3: Ein maximal gekreuzter Streckenzug ($n = 4$)

Zeichnet man drei verschiedene Punkte auf einem Einheitskreis ein und bildet dann einen geschlossenen Streckenzug, so ergibt sich ein Dreieck. Die Strecken des Streckezugs schneiden sich nicht.

Bei vier Punkte erhält man je nach gewählter Reihenfolge der Eckpunkte des Streckenzugs entweder ein konvexes Sehnenviereck (kein Schnittpunkt) oder einen“Schmetterling” (zwei der vier Strecken schneiden sich – siehe Abbildung).

Fragen:

- Wieviele Schnittpunkte kann man bei fünf Punkten erhalten?
- Was ist die *maximale* Anzahl von Schnittpunkten bei $2n + 1$ Eckpunkten, also im ungeraden Fall?

Bearbeitungsinformationen

- Schreibe deine Lösung auf und **gib auch den Lösungsweg an!**
- Bitte gib auf deiner Einsendung deinen Namen, deine Klasse und dein Schule an.
- **Gib die Lösung deinem Mathematiklehrer.** Er leitet Sie an Mathe-Star weiter!
- SchülerInnen der Klasse 5-7 können auch in einem 2er- oder 3er-Team am Wettbewerb teilnehmen. Wählt euch dazu einen Teamnamen und gebt eine gemeinsame Lösung ab.
- Die Preisträger werden nach Abschluss des Wettbewerbs in einer zentralen Siegerehrung bekanntgegeben.
- Auch unter allen richtigen Einsendungen zur offenen Aufgabe wird ein Preis verlost!

Abgabeschluss: 21.12.2011 **Bist du ein Mathe–Star?**