



Dr. Michael J. Winckler
 Mathe-Star-Initiative
 IWR, Raum 506, INF 368, 69120 Heidelberg
 Michael.Winckler@iwr.uni-heidelberg.de
<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/Mathe-Star/>



Mathe-Star 2014/2015, Runde 2

Dies sind die Aufgaben zur zweiten Runde des **Mathe-Star** Wettbewerbs 2014/2015. Teilnehmen können alle Schüler, die an einem Gymnasium im Rhein-Neckar-Raum zur Schule gehen. Nähere Informationen zum Mathe-Star gibt's im Internet (s.o.).

Klasse 5-7 Kubikzahlen

Kevin hat heute in der Schule die Kubikzahlen durchgenommen. Kubikzahlen entstehen, wenn man eine Zahl $3x$ mit sich selbst malnimmt. Die ersten Kubikzahlen sind also:

$$\begin{aligned} 1 * 1 * 1 &= 1 \\ 2 * 2 * 2 &= 8 \\ 3 * 3 * 3 &= 27 \\ 4 * 4 * 4 &= 64 \\ 5 * 5 * 5 &= 125 \dots \end{aligned}$$

Als Sina auf die Liste schaut, bemerkt sich: "Schau mal: Wenn ich drei aufeinanderfolgende Kubikzahlen addiere, kommt was raus, dass durch 9 teilbar ist."

„Ah ja: $1 + 8 + 27 = 36$ oder auch $8 + 27 + 64 = 99$. Stimmt anscheinend ... ist das denn immer so?“

Frage: Ist diese Eigenschaft immer gültig: Die Summe von drei aufeinanderfolgenden Kubikzahlen ist durch 9 teilbar? Begründe die Eigenschaft – oder finde ein Gegenbeispiel.

Klasse 8-10 Magische Tafel

6	12	7	9	5
4	10	5	7	3
10	16	11	13	9
7	13	8	10	6
9	15	10	12	8

6	12	7	9	5
4	10	5	7	3
10	16	11	13	9
7	13	8	10	6
9	15	10	12	8

Sina zeigt Kevin ein Tafel mit Zahlen. "Kevin, diese Tafel hier ist magisch. Nimm einen farbigen Stift und markiere eine Zeile und eine Spalte. Dort, wo sich die Linien treffen, findest du eine Zahl. Das machst du nun insgesamt 5x mit verschiedenen Farben. Damit markierst du also 5 beliebige Zahlen."

Kevin folgt den Anweisungen von Sina, ohne dass Sina Kevins Tafel sehen kann. Sina meint nun zu Kevin: "Ich kann die Summe der Zahlen, die du markiert hast, vorhersagen. Sie beträgt 45." Kevin rechnet nach – und staunt, denn die Zahlen addieren sich in der Tat zu 45.

Wie funktioniert Sinas Trick? Beweise, dass sich bei dieser Markierungsmethode *immer* 45 als Summe ergibt!

Hinweis: "Beweise" bedeutet hier, dass du eine Erklärung finden musst, die ohne jeden Zweifel die gemachte Aussage belegt. Wenn du diese Erklärung einem Freund oder einer Freundin gibst, muss er/sie die von dir gegebene Erklärung als absolut einsichtigen Beweis verstehen können. Das ist ein guter Test, um einen Beweis zu prüfen.

Klasse 11-13 *Verabredung(?) im Kino*

Ada und Emmy wollen sich mit Kevin Knobel verabreden. Bei solchen Verabredungen steht sich Kevin oft selbst im Weg – so auch in diesem Fall. Beide Mädchen wissen schon, dass sie sich mit Kevin nicht einfach so treffen können. Jede will sich daher zum Film "Life of Pi" in einer bestimmten Kino-Loge mit ihm verabreden und fragen „mathematisch“ nach der richtigen Nummer. Zum Film reserviert jeder der drei eine Loge.

Ada fragt Kevin: "Ist deine Logennummer eine Quadratzahl?" und danach "Ist die Zahl größer als 50?" und nachdem sie beide Antworten bekommen hat, glaubt sie, die richtige Loge zu kennen. Aber weil Kevin bei der ersten Antwort gelogen hat, schleicht sich Ada in die falsche Loge.

Emmy fragt Kevin: "Ist deine Logennummer eine Kubikzahl?" und danach "Ist die Zahl größer als 25?" und nachdem sie beide Antworten bekommen hat, glaubt sie, die richtige Loge zu kennen. Aber weil Kevin bei der ersten Antwort wieder gelogen hat, schleicht sich auch Emmy in die falsche Loge.

Wenn

- die Logen von 1 bis 99 nummeriert sind und ...
- die Nummer der Loge, in der Kevin wartet, kleiner als die Nummern der beiden Logen ist, die Ada und Emmy reserviert haben ...
- die Summe der drei Logennummern das doppelte einer Quadratzahl ist und ...
- jede/r nur seine/ihre Logennummer kennt ...

in welchen Logen sitzen dann die drei? Die Antwort ist (wie immer) zu begründen.

Bearbeitungsinformationen

- Schreibe deine Lösung auf und **gib auch den Lösungsweg an!**
- SchülerInnen der Klasse 5-7 können auch in einem 2er- oder 3er-Team am Wettbewerb teilnehmen.
- Bitte gib auf deiner Einsendung deinen Namen, deine Klasse und dein Schule an. Teams wählen zudem einen Teamnamen und geben eine gemeinsame Lösung ab.
- **Gib die Lösung deinem Mathematiklehrer.** Er leitet sie an Mathe-Star weiter!
- Die Preisträger werden nach Abschluss des Wettbewerbs in einer zentralen Siegerehrung bekanntgegeben.

Abgabeschluss: 23.01.2015

Bist du ein Mathe-Star?