



Mathe–Star 2002/2003, 3.Runde

Sektion 2: Klasse 8-10

Aufgabe 2.1

Welches ist die kleinste, welches die größte 7-stellige Zahl, die durch 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12 und 15 teilbar ist?

Aufgabe 2.2

Auf einem Einkaufsbummel durchs Kaufhaus fällt Professor Knobel auf, daß alle Treppen zwischen den Stockwerken exakt 15 Stufen haben. Flugs überlegt er sich: „Ich nehme bei jedem Schritt auf der Treppe entweder eine oder zwei Stufen. Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es nun, von einem Stockwerk ins nächste zu gehen?“

„Wenn es nur zwei Stufen wären, hätte ich zwei Möglichkeiten: ein grosser Schritt oder zwei kleine. Bei drei Stufen wären es schon drei Möglichkeiten: entweder dreimal eine Stufe, oder ein grosser und ein kleiner Schritt, wobei ich den grossen am Anfang oder am Schluss machen könnte ...“

Als Professor Knobel zuhause ankommt, hat er zwar noch immer eine leere Einkaufstasche, dafür weiss er aber die Antwort auf sein Problem: Wieviele Möglichkeiten gibt es bei 15 Stufen?

Aufgabe 2.3

Professor Knobel kauft für seine Frau in der Konditorei einen Geburtstagskuchen. Da er in allem etwas schrullig ist, hat er für sie eine quadratische Bisquit-Torte bestellt, die oben und an den Seiten dick mit Schokoladenguss glaciert ist.

Den Konditor bittet Knobel nun, die Torte in 10 gerechte Stücke zu teilen. Dabei sollen alle Stücke gleich viel Guss und gleich viel Bisquit erhalten. Nach kurzem Nachdenken holt der Konditor ein Massband und schneidet ohne viele Probleme den Kuchen auf die gewünschte Art und Weise.

Wie hat er das fertiggebracht?

Aufgabe 2.4

Wenn man die Wurzel aus einer reellen Zahl a näherungsweise berechnen will, eignet sich dafür das Newton-Verfahren. Dabei wird ausgehend von einem geschätzten Startwert x_0 durch

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + a}{2x_n}$$

eine Folge von immer besseren Näherungen an den gesuchten Zahlwert \sqrt{a} berechnet.

	Glied	Bruch	Dezimaldarst.
	x_0	1	1.0000000
Beispiel: $a = 2$, $x_0 = 1$	x_1	$\frac{3}{2}$	1.5000000
	x_2	$\frac{17}{12}$	1.4166667
	x_3	$\frac{577}{408}$	1.4142157

Dabei ist zu zeigen: Unabhängig von Anfangszahl und Radikant gilt $x_i \geq \sqrt{a}$, $i = 1, \dots$