Dr. Michael J. Winckler
Mathe–Star–Initiative
IWR, Raum 502, INF 368, 69120 Heidelberg
Michael.Winckler@iwr.uni-heidelberg.de
http://www.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/Mathe-Star/

# Mathe–Star 2008/2009, 3.Runde

## Sektion 3: Klasse 11-13

**Aufgabe 3.1 Zahlengitter**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | **334** |
| | | | | **253** |
| | | | | **613** |
| | | | | **451** |
| **244** | **370** | **613** | **424** | |

Wie bei einem gewöhnlichen Gitterrätsel sollen in dieses Gitter die Zahlen von 1 bis 4 viermal so eingetragen werden, dass in jeder Zeile und Spalte jede Ziffer genau 1x vorkommt.

Danach sind an die Ziffern Nullen so anzuhängen, dass sich die jeweils angegebenen Zahlen als Zeilen- bzw. Spaltensummen ergeben.

**Aufgabe 3.2 Befreundete Zahlen**

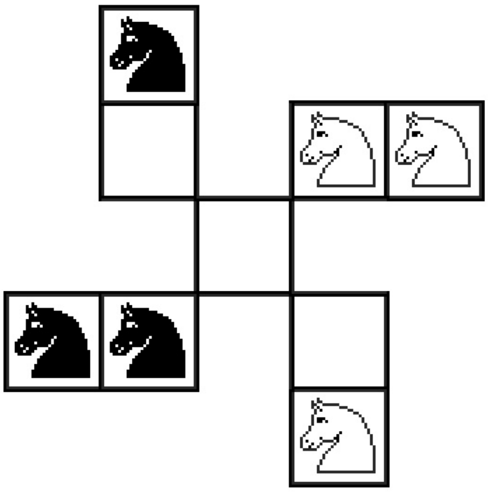
Man nennt zwei Zahlen $x$ und $y$ befreundet, wenn die *Summe* aller echten Teiler der Zahl $x$ gerade $y$ ergibt und umgekehrt. Dabei sind *echte Teiler* alle Teiler, die kleiner als die Zahl sind: Die echten Teiler von 12 sind also 1, 2, 3, 4 und 6; ihre Summe ist 16.

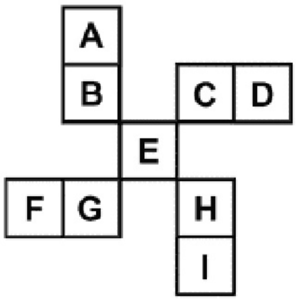
Schon die Araber wussten viel über Paare von befreundeten Zahlen. So bewies im 9.Jahrhundert Thabit ben Korrah folgendes:

*Wenn die Zahlen $a = 3 * 2^n - 1$ sowie $b = 3 * 2^{n-1} - 1$ und $c = 9 * 2^{2n-1} - 1$ alle drei Primzahlen sind, dann sind $x = 2^n * a * b$ und $y = 2^n * c$ befreundete Zahlen.*

Beweise, dass unter den gemachten Voraussetungen an $a$, $b$ und $c$ die beiden Zahlen $x$ und $y$ wirklich befreundet sind.

**Aufgabe 3.3 Springer springen ...**






Auf dem sehr eingeschräkten Schachbrett sollen die drei schwarzen und die drei weissen Springer die Plätze tauschen! Dabei darf jeder Springer nur in Springermanier ziehen: zwei Felder in eine Richtung und dann eines zur Seite. Dabei dürfen nicht eingezeichnete Felder übersprungen werden, die Springer dürfen aber nur auf den 9 eingezeichneten Feldern landen.

Finde einen Weg, wie die weissen und schwarzen Springer ihre Plätze tauschen können! Eine Lösung mit mehr als 20 Zügen ist 3 Punkte wert, eine mit 20 oder weniger 5 Punkte.

Die Abbildung rechts gibt die Benennung der Felder an. Schreibe die Züge mit den Feldbuchstaben auf (z.B. A nach E; ...).

**Aufgabe 3.4 eine echt laaaaange Multiplikation**

Wenn du 51! (51 Fakultät) ausrechnen würdest:

- Auf welche Ziffer endet diese Zahl?
- Wie oft kommt diese Ziffer am Ende der Zahl hintereinander vor?

Begründe deine Antwort!