

Mathe-Star 2010/2011, Runde 3

Sektion 3: Klasse 11-13 (Einzel)

Aufgabe 3.1 Str8ts

Str8ts gilt als legitimer Sudoku-Nachfolger, bei dem auch mit viel logischer Kombinationsfähigkeit zum Ziel führt. In die weissen Felder sind Ziffern von 1 bis 9 einzutragen. Dabei findet sich in einer waagerechten oder senkrechten Gruppe zusammenhängender weisser Felder (einer „Strasse“) auch eine zusammenhängende Zifferngruppe - evtl. aber „gemischt“ (z.B. —3—5—2—4— in vier waagrecht zusammenhängenden Feldern). Zudem darf in jeder Zeile und Spalte jede Ziffer nur höchstens 1x vorkommen.

Die weissen Ziffern auf den schwarzen Feldern haben auf die Nachbarfelder keinen direkten Einfluss, verhindern aber natürlich die Verwendung der Ziffer in der jeweiligen Zeile und Spalte.

Kannst du in das folgende Str8ts alle Ziffern korrekt eintragen?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A							3		4
B		9							
C			7	6					3
D	8			5		1	2		
E						7			
F			4						8
G				2				8	
H		1		3	9		7		
J	3		1		6			7	

Aufgabe 3.2 Drei vertrackte Gleichungen

Berechne alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems ($x, y, z \in \mathbb{R}$):

$$\begin{aligned}x + y + \frac{1}{z} &= 3 \\y + z + \frac{1}{x} &= 3 \\z + x + \frac{1}{y} &= 3\end{aligned}$$

Aufgabe 3.3 Spitzwinklige Dreiecke

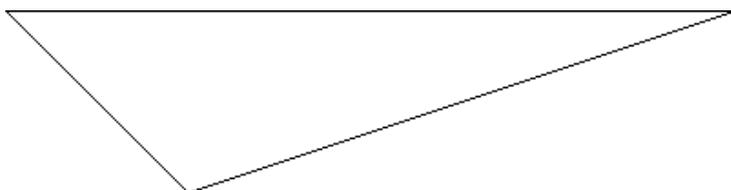


Figure 1: Das Ausgangsdreieck

Unter einem *spitzwinkligen Dreieck* verstehen wir ein Dreieck, bei dem alle drei Innenwinkel echt kleiner als 90 Grad sind.

Zerlege durch Einzeichnen von weiteren Hilfsstrecken das gegebene Dreieck mit den Winkeln 20 Grad, 45 Grad und 115 Grad in

Teildreiecke, die allesamt spitzwinklig sind. Erkläre dein Vorgehen!

Aufgabe 3.4 So ein schöner Kuchen ...

Frau Knobel backt ihrem Mann zum Geburtstag immer einen Mathematikerkuchen: Der Kuchen ist zugleich ein Geschenk und ein Mathematikrätsel - da kann Professor Knobel nicht widerstehen!

In diesem Jahr hat Frau Knobel einen Rechteckigen Blechkuchen gebacken. Auf dem oberen Zuckerguss hat sie ein kleineres Rechteck mit Schokolade aufgebracht.

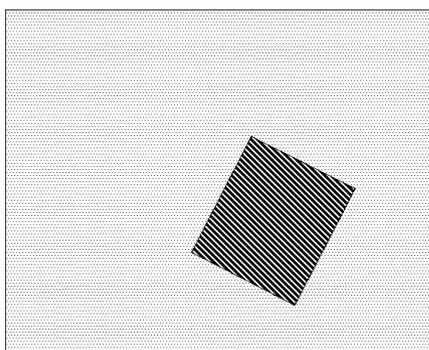


Figure 2: Der Mathematikerkuchen (Skizze)

Herr Knobels Aufgabe ist es, den Kuchen mit einem geraden Schnitt in zwei gleiche Hälften zu teilen. Dabei bedeutet "gleich" nicht nur, dass die Teile gleich groß sein sollen, sondern auch, dass sie gleich viel Schokolade und gleich viel Zuckerguss haben. Die eine Hälfte ist für die Feier an der Universität gedacht, die andere für das Kaffeetrinken mit der Familie.

Wie sollte Herr Knobel seinen Schnitt ansetzen? Die Skizze zeigt, wie der Kuchen in etwa aussieht - wichtig für Prof. Knobel ist es natürlich, eine exakte Anleitung zu bekommen, wie er schneiden soll. Deine Hilfe ist gefragt!